POLY-PREPAS

Centre de Préparation aux Concours Paramédicaux

- Section : i-Prépa annuel -

2. Mécanique (rappels 1ère S)

- Cours + Enoncé exos -

Chapitre 3 : Travail et Puissance d'une force

I. Travail d'une force :

On dit qu'une force travaille lorsque son point d'application se déplace.

Lorsqu'une force travaille :
- soit le solide est mis en mouvement
- soit le solide subit une déformation
- soit sa température s'élève

a) travail d'une force constante :

Force constante : une force est constante lorsque sa direction, son sens et sa norme restent identiques au cours de la durée de l'étude. (≠ force variable dont l'intensité par exemple varie au cours du temps ; par exemple pour f = kv, quand v varie, f varie)

Le travail d'une force constante est égal au produit scalaire du vecteur force par le vecteur déplacement

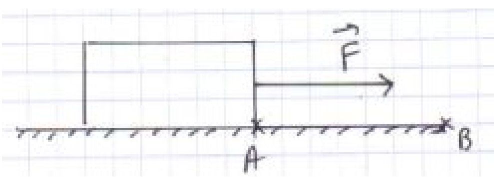
formule générale : $W = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.\cos\theta$

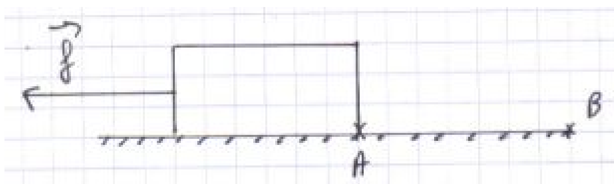
unité : le Joule (J)

Remarque :
- le travail a la dimension d'une énergie ; le travail désigne un mode de transfert de l'énergie.
- dans ces conditions (force constante), le travail ne dépend pas du chemin réellement suivi, mais uniquement des positions finale et initiale : ***le W est une fonction d'état***

Le travail d'une force constante, effectué entre deux points A et B, est indépendant du chemin parcouru

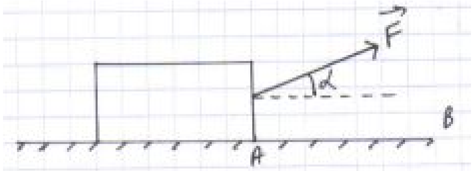
→ 4 cas importants :



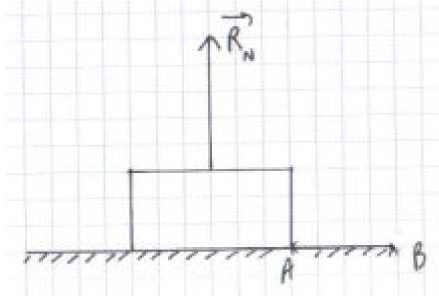


$W(\vec{F}) = F \times AB$

$W(\vec{f}) = -f \times AB$



$W(\vec{F}) = F.AB.\cos\theta$



$W(\vec{R_N}) = 0 \; car \; \vec{R_N} \perp \vec{AB}$

→ <u>Travail du poids :</u>

Dans un domaine de quelques centaines de mètres, on peut considérer que le poids $\vec{P}$d'un solide est constant. Dans ces conditions, le travail du poids ne dépend donc pas du chemin parcouru mais uniquement de la différence d'altitude entre l'état final et l'état initial.

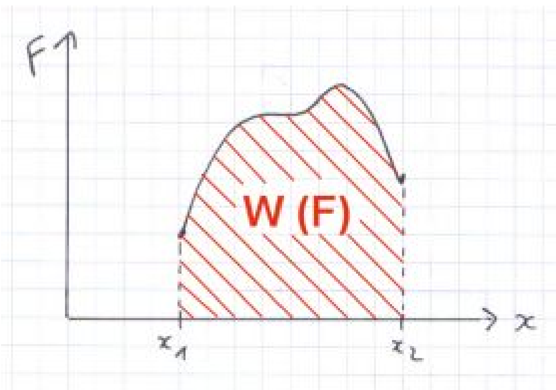
$$\boxed{\boldsymbol{W(\vec{P}) = \pm mg.|h|}}$$

- si le solide descend, son travail est moteur, et donc positif : $W(\vec{P}) = +mg.|h|$
- si le solide monte, son travail est résistant, et donc négatif : $W(\vec{P}) = -mg.|h|$

b) travail d'une force variable : la force qui s'exerce sur le corps peut changer au cours du temps ; exemples : f = 6πηrv qui varie selon la vitesse v, ou $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ qui varie selon l'éloignement r, ou encore : T = kΔx qui varie selon l'élongation Δx

$$\boldsymbol{W_{A \to B} = \int_A^B \vec{F}.\vec{dl}}$$

Si le mouvement est à une dimension x, on peut représenter graphiquement les variations de la force variable F selon son abscisse x : l'aire sous la courbe mesure alors le travail total de la force lorsqu'on déplace l'objet de x_1 à x_2



II. Puissance $\mathcal{P}$ d'une force constante :

Le travail fourni par une force peut être effectué en un temps plus ou moins long. Les physiciens ont été amenés à introduire une nouvelle grandeur : la puissance qui tient compte du temps mis pour effectuer ce travail.
La puissance moyenne d'une force constante est, par définition, le travail fourni par unité de temps :

$$\boldsymbol{\mathcal{P}(\vec{F}) = \frac{W(\vec{F})}{\Delta t}}$$

unité de $\mathcal{P}$: le Watt (W)

Remarque : si $W(\vec{F})$ est négatif, alors $\mathcal{P}(\vec{F})$ est négatif, mais généralement on s'intéresse uniquement à la valeur absolue de la puissance

Relation entre puissance et vitesse de déplacement :

La puissance d'une force constante s'exprime aussi pour la relation :

$$\boxed{\boldsymbol{\mathcal{P}(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{v} = F.v.\cos\theta}}$$

Unités : puissance en watt (W) - force F en newton (N) - vitesse V en mètre par seconde (m / s).

Chapitre 4 : Théorème de l'Energie Cinétique

I. Energie cinétique :

L'énergie cinétique d'un solide de masse m en translation, est l'énergie que possède ce corps du fait de son mouvement :

$$\boldsymbol{E_c = \frac{1}{2}\, m.v^2}$$

avec m en kg, v en m.s^{-1}, et E_c en Joules (J)

II. Théorème de l'énergie cinétique :

Enoncé : dans un référentiel galiléen, lorsque le centre d'inertie d'un solide de masse m animé d'un mouvement de translation se déplace d'une position A à une position B, la variation de son énergie cinétique est égale à la somme des travaux des forces extérieures qui lui sont appliquées pendant ce même trajet de A à B.

$$\boldsymbol{\Delta E_c = \sum W\left(\overrightarrow{F_{ext}}\right)}$$

ou : $$\boldsymbol{\frac{1}{2}\, m.v_B{}^2 - \frac{1}{2}\, m.v_A{}^2 = \sum W\left(\overrightarrow{F_{ext}}\right)}$$

Exemple 1 : un solide de masse m = 10 kg est lâché sans vitesse initiale d'une hauteur h = 3 m. En supposant les frottements négligeables, calculer la vitesse atteinte en B ?

$$\frac{1}{2}\, m.v_B{}^2 - \frac{1}{2}\, m.v_A{}^2 = W\left(\vec{P}\right) + W\left(\overrightarrow{R_N}\right)$$

$$or\ v_A = 0\ \ et\ W\left(\overrightarrow{R_N}\right) = 0\ car\ \overrightarrow{R_N} \perp \overrightarrow{AB}$$

$$d'où \quad \frac{1}{2}\, m.v_B{}^2 = mgh \qquad soit\ :\ v_B = \sqrt{2gh} = 7{,}75\, m.s^{-1}$$

III. Chute libre par le théorème de l’énergie cinétique :

En chute libre, on considère que l’objet est soumis uniquement à son poids (en particulier : Poussée d’Archimède et frottements négligés)

$$\frac{1}{2}\, m.v_f{}^2 - \frac{1}{2}\, m.v_i{}^2 = W(\vec{P})$$

- Chute libre sans vitesse initiale : $v_i = 0$ $\quad d'o$ù $\frac{1}{2}\, m.v_f{}^2 = mgh$

Chute libre sans vitesse initiale : $\boldsymbol{v_f = \sqrt{2gh}}$

- Chute libre avec vitesse initiale : $\frac{1}{2}\, m.v_f{}^2 = \frac{1}{2}\, m.v_i{}^2 + mgh$

Chute libre avec vitesse initiale : $v_f = \sqrt{2gh + v_i^2}$

Chapitre 5 : Energie potentielle – Energie mécanique Systèmes conservatifs

Introduction :

L'énergie potentielle d'un corps est en quelque sorte une énergie « cachée ». Lorsqu'on étire un ressort, celui-ci emmagasine de l'énergie ; même immobile dans cette position d'étirement, cette énergie est là, prête à être restituée. De même, lorsqu'on élève un corps par rapport à sa position de repos (balle de tennis prête à être lâchée d'une certaine hauteur), ce corps, bien qu'immobile, possède une certaine énergie « cachée », c'est-à-dire que si on le laisse libre, il ne va pas rester immobile, mais va se mettre spontanément en mouvement et restituer cette énergie sous forme d'énergie cinétique. Notons également que lorsque ce corps a été surélevé d'une certaine hauteur (c'est-à-dire que la force qui a élevé ce corps a « lutté » contre les forces de pesanteur), même maintenu immobile les forces de pesanteur sont encore là, le corps est encore en interaction avec la Terre

L'énergie potentielle d'un corps est donc une certaine forme de l'énergie, liée à la position du corps par rapport à sa position de repos ou à son interaction avec un autre système.

I. Energie potentielle de pesanteur :

Définition : c'est l'énergie que possède un corps en interaction avec la Terre, dans une région où g peut être considérée comme constant. L'énergie potentielle de pesanteur d'un corps ne dépend que de l'altitude de son centre d'inertie G.

$$\boldsymbol{E_{pp} = mgz \qquad avec\ \ E_{pp}\,(z = 0) = 0\,J}$$

m : masse de l'objet (en kg)
z : altitude du centre d'inertie par rapport à une altitude de référence choisie (z = 0)
g : valeur de la pesanteur ($en\ m.s^{-2}$)

Remarques :

- cette relation est valable pour un axe [Oz) ascendant ; si l'axe [Oz) est choisi comme descendant, alors : $E_{pp} = -\,mgz.$ Pour éviter les erreurs de signe, vérifier que lorsque G s'élève, son E_{pp} augmente ; lorsque G descend, son E_{pp} diminue.

- Lorsque les déplacements ne sont plus uniquement localisés à la surface de la Terre, g lui-même varie avec l'éloignement (cas des satellites) ; on parle alors d'énergie potentielle gravitationnelle ($E_p = -G\frac{mM}{r}$; voir chapitre Satellites)

Variation de l'énergie potentielle de pesanteur :

Lorsque la position d'un corps varie d'une altitude z_A à une altitude z_B, la variation d'énergie potentielle de G est égale à l'opposé du travail du poids :

$$\Delta E_{pp} = E_{pp(B)} - E_{pp(A)} = -W_{A\to B}(\vec{P})$$

Un travail moteur diminue l'E_{pp} d'un corps, un travail résistant l'augmente

$$d'où : \quad \Delta E_{pp} = -mg\Delta z$$

$$E_{pp(B)} - E_{pp(A)} = -mg(z_B - z_A)$$

la variation d'énergie potentielle ne dépend donc pas du niveau de référence choisi

II. Energie mécanique :

L'énergie mécanique d'un corps est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle (de pesanteur ou autre) que possède ce corps ; si le système n'est soumis qu'à la pesanteur, l'énergie potentielle est uniquement sous forme d'énergie potentielle de pesanteur et l'on a alors :

$$\boxed{E_m = E_c + E_{pp}}$$

III. Systèmes conservatifs :

En l'absence de frottements, l'énergie mécanique d'un corps est constante ;

$$\boxed{E_m = Cte}$$

Loi de conservation de l'énergie : « L'énergie totale de tout système isolé du reste de l'Univers reste constante, mais l'énergie peut être transformée d'une forme à une autre à l'intérieur du système »

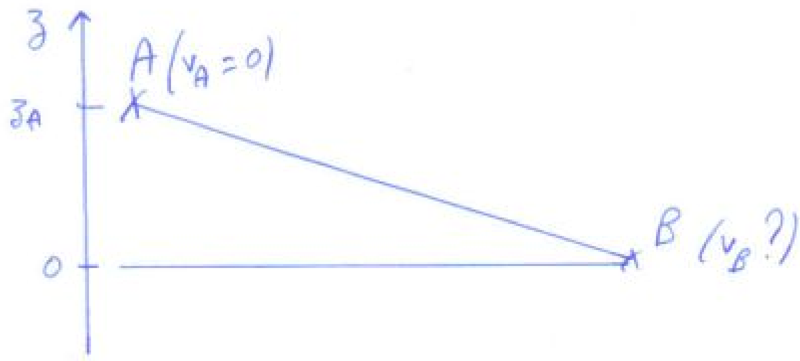
⇒ ***l'énergie cinétique se transforme en énergie potentielle et inversement.***

En l'absence de frottements et de toute autre force que celle de la pesanteur, on a donc, entre deux états A et B :

$$E_m(A) = E_m(B)$$

$$E_{pp}(A) + E_C(A) = E_{pp}(B) + E_C(B)$$

Exemple : si l'objet est lâché de A sans vitesse initiale et que l'on considère les frottements comme négligeables, quelle est la vitesse atteinte en B ?



$$E_m(A) = E_m(B)$$

$$E_{pp}(A) + E_C(A) = E_{pp}(B) + E_C(B)$$

Or $E_C(A) = 0 \; car \; v_A = 0 \qquad et \qquad E_{pp}(B) = 0 \; car \; z_B = 0 \; (niveau \; \text{référence})$

$$d'o\text{ù}: \quad mgz_A = \frac{1}{2}m.v_B^2 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2gz_A}$$

IV. Systèmes dissipatifs :

En présence de frottements, l'E_m d'un solide diminue, sa variation est égale au travail des forces de frottements qui lui sont appliquées :

$$\boxed{\Delta \boldsymbol{E_m} = \boldsymbol{W}(\vec{\boldsymbol{f}})}$$

Et l'énergie du système est perdue sous forme d'énergie thermique.

Remarque :
- Un système isolé possède une quantité d'énergie totale finie et constante
- Un système pseudo-isolé n'a pas forcément une énergie mécanique constante

Enoncé des exercices du Chapitre 3 : Travail et Puissance

<u>exercice 1 :</u>

Lors d'un lancer-franc au basket-ball, le centre du ballon part d'une hauteur 2,40 m au-dessus du sol et pénètre dans le cercle situé à 3,05 m au-dessus du sol. ($g = 9{,}8\ N.kg^{-1}$)

calculer le travail du poids du ballon de masse m = 850 g lors de ce déplacement
ce travail est-il le même si le ballon frappe le panneau avant de pénétrer dans le cercle ?

<u>exercice 2 :</u>

Un pendule simple est constitué d'une bille de masse m = 30 g suspendue par un fil de masse négligeable et de longueur L = 50 cm. On prendra g = 10 m/s²
On écarte le pendule d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à la verticale et on le lâche.

- ***a)*** faire le bilan des forces qui s'exercent sur la bille et les représenter. On négligera l'action de l'air.
- ***b)*** calculer le travail du poids entre la position initiale et la position verticale.
- ***c)*** que peut-on dire du travail de la tension du fil ?

<u>exercice 3 :</u>

Un enfant tire un camion de masse m = 2kg sur une pente de 5% avec une force F = 3 N à l'aide d'une corde faisant un angle $\beta = 30°$ avec le sol. ($g = 10\ N.kg^{-1}$)

- a) calculer le travail effectué par l'enfant et celui effectué par le poids du camion au cours d'un déplacement de 10 m le long de la pente dans le sens de la montée
- b) le déplacement a lieu à la vitesse constante v = 5,4 km/h ; calculer la puissance développée par l'enfant pour effectuer le déplacement

Pente de 5% signifie que sin α = 5/100 = 0,05

Enoncé des exercices du Chapitre 4 : Theorème de l’Energie Cinétique

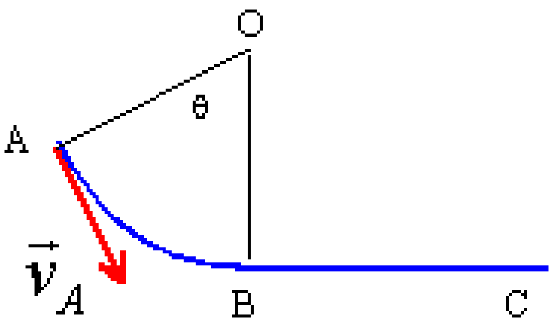
exercice 1 :

Un skieur de masse m = 80 kg descend une pente inclinée de l’angle α = 10° par rapport à l’horizontale.
Il progresse dans la neige poudreuse et la force de frottement qui s’exerce sur lui est constante, parallèle à son mouvement, en sens inverse de celui-ci et de valeur égale à f = 60 N

Le skieur étant initialement immobile, quelle est la valeur de sa vitesse (en km/h) après un parcours de 100 m sur cette pente ? *g = 10 N.kg^{-1}*

exercice 2 :

Un solide ponctuel de masse m se déplace sur la piste schématisée ci-dessous. La portion AB est un arc de cercle de rayon r, d'angle θ, de centre O ; la portion BC est un segment horizontal. Les frottements sont négligés sur la partie circulaire. Sur la partie BC les frottements sont assimilables à une force constante f, colinéaire au vecteur vitesse. On lance le solide du point A avec une vitesse v_A tangente au cercle.



Exprimer la vitesse en B en fonction de r, g, v_A et θ. Calculer v_B.
Indiquer la nature du mouvement du solide entre B et C.
Exprimer la valeur de la force de frottement en fonction de v_B, v_C et d = BC
A l’aide de la première question, exprimer la valeur de la force de frottement dans le cas où $v_C = v_A$; calculer f dans ce cas

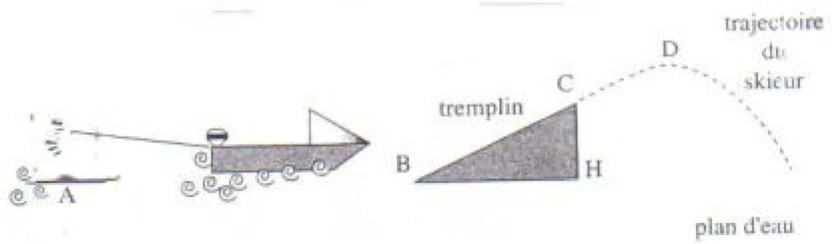
données : m =100g ; r = 1,5 m ; v_A =2 m/s; θ =60° ; BC = d = 2 m. ; g = 10 m/s²

exercice 3 :

On étudie le mouvement d'un skieur nautique lors d'un saut au tremplin.

1. **Première phase :** Le skieur de masse $m = 70$kg, partant sans vitesse initiale du point A est tracté par un canot par l'intermédiaire d'un câble tendu, parall èle à l'eau. Après un parcours de longueur $l = 200$ m, le skieur atteint la vitesse de 72 km.h^{-1} au point B. Le frottement de l'eau est équivalent à une force constante, opposée à la vitesse et d'intensité moyenne $f = 2000$ N.
   (a) Quelle est l'énergie cinétique du skieur au point B?
   (b) Quelle est au cours de cette phase l'intensité, supposée constante, de la force de traction exercée par le câble sur le skieur?
2. **Deuxième phase :** Le skieur lâche le câble et aborde un tremplin de longueur $BC = 10$ m et de hauteur $CH = 5$ m au-dessus du plan d'eau. Les frottements le long du tremplin sont équivalents à une force constante, opposée à la vitesse et d'intensité $f' = 500$ N.
   Calculer la vitesse du skieur au point C, sommet du tremplin.
3. **Troisième phase :** Le skieur effectue le saut. On suppose que les frottements de l'air sont négligeables .
   (a) La vitesse au sommet de la trajectoire du skieur est $V = 9$ m.s^{-1}. Quelle est la hauteur du point D, sommet de sa trajectoire?
   (b) Quelle est la vitesse V_E du skieur lorsqu'il reprend contact avec l'eau. Indiquer la direction et le sens des vecteurs vitesses en C,D et E.

   Donnée : $g = 10$ N.kg^{-1}.



Enoncé exercices du chapitre 5 :
Energie potentielle et mécanique – Systèmes conservatifs

exercice 1 :

Un escalier est formé de 8 marches d'une hauteur de 20 cm chacune. Un objet de masse m = 5 kg est placé sur la deuxième marche à partir du bas. On prendra g = 10 N/kg

a) calculer son énergie potentielle dans les deux cas suivants :
- on choisit comme altitude de référence pour l'énergie potentielle le bas de l'escalier
- on choisit comme altitude de référence pour l'énergie potentielle le haut de l'escalier

b) mêmes questions si l'objet est maintenant placé sur la cinquième marche à partir du bas

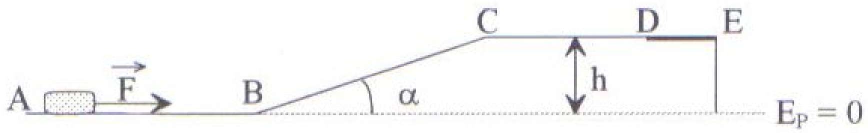
c) calculer, dans les deux cas, la variation d'énergie potentielle de l'objet quand il passe de la $2^{ème}$ à la $5^{ème}$ marche ; conclure

exercice 2 :

Un jeu d'enfant est constitué d'un palet de masse m = 200 g pouvant glisser sur une piste dont le profil est dessiné ci-dessous.

Données : AB = BC = CE = 1,0 m.
Longueur de la cible DE : 20 cm.
$g = 10$ N/kg ; $\alpha = 30°$.

Le but du jeu est de lancer le palet du point A de telle sorte qu'il s'arrête sur la cible entre les points D et E.



1. Lancement

Pour lancer le palet, on applique une force constante $\vec{F}$, parallèle à la piste, sur toute la longueur du tronçon AB. Le palet a une vitesse initiale nulle : $v_A = 0$. Il arrive en B avec une vitesse $v_B = 5,0$ m/s.
On suppose que sur ce tronçon, il n'y a pas de frottement.

a) Faire le bilan des forces exercées sur le palet.
b) Exprimer littéralement le travail de chacune de ces forces sur le tronçon AB.
c) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, calculer la valeur de la force $\vec{F}$.

2. Montée

Le palet gravit maintenant la pente BC. Le contact est toujours supposé sans frottement. On admet que l'angle de la piste au point B ne modifie pas la vitesse du palet ($v_B = 5,0$ m/s).

a) Exprimer l'énergie mécanique du palet en B puis en C. On choisit $E_P = 0$ au niveau du tronçon AB.
b) Montrer qu'il y a conservation de l'énergie mécanique du palet sur ce tronçon.
c) Exprimer la vitesse du mobile en C en fonction de v_B, α et BC.
d) Calculer v_C.

3. Arrêt du palet

Le tronçon CE est rugueux et exerce sur le palet une force de frottement constante, de valeur $f = 1,8$ N.

a) Pourquoi ce tronçon doit-il nécessairement être rugueux ?
b) Entre quelles valeurs doit être comprise la vitesse en C pour que le palet s'arrête sur la cible ?
c) A quelle distance du point C s'arrête-t-il réellement ?