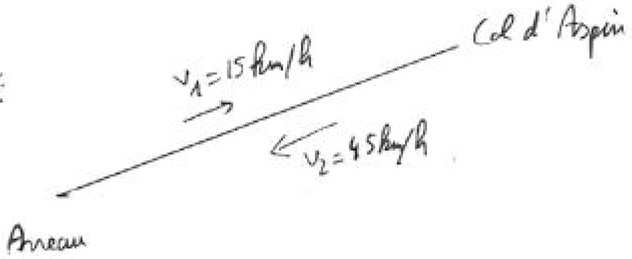
POLY-PREPAS
Centre de Préparation aux Concours Paramédicaux

- Section : i-Prépa annuel -

1. Mécanique
(rappels 1ère S)
- Correction exos -

Correction des exercices du Chapitre 1 : vitesses

<u>exercice 1 :</u>



d : distance Arreau – Col d'Aspin

montée : $v_1 = \dfrac{d}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \dfrac{d}{v_1}$

descente : $v_2 = \dfrac{d}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \dfrac{d}{v_2}$

le cycliste parcourt l'ensemble du trajet {montée + descente} : $2d$, à la vitesse moyenne v, pendant le temps $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$

$$v = \frac{2d}{\Delta t} = \frac{2d}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{2d}{\frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2}} = \frac{2\cancel{d}}{\cancel{d}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right)}$$

$$v = \frac{2}{\frac{v_2 + v_1}{v_1 v_2}} \Rightarrow \boxed{v = \frac{2 v_1 v_2}{v_1 + v_2}}$$

A.N. $\quad v = \dfrac{2 \times 15 \times 45}{15 + 45}$

$$\boxed{v = 22{,}5 \text{ km/h}}$$

(on peut laisser en km/h $\Rightarrow v$ apparaît directement en km/h car : $\dfrac{\text{km/h} \times \text{km/h}}{\text{km/h}} = \text{km/h}$)

exercice 2 :

sur la portion AB : mouvement rectiligne uniforme

donc $v = \frac{l}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{l}{v}$

sur la portion BC : mouvement circulaire uniforme $(v = r\omega)$

donc : $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{\pi}{v/r}$

$$\Delta t_2 = \frac{\pi r}{v}$$

sur la portion CD : $\Delta t_3 = \frac{l}{v}$ (cf portion AB)

sur la portion DA : $\Delta t_4 = \frac{\pi R}{v}$ (cf portion DA)

---

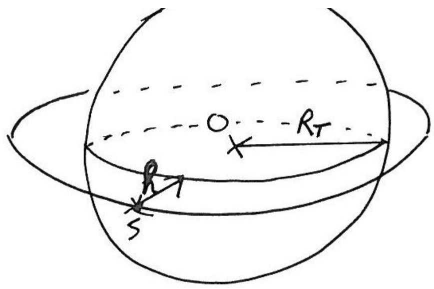
sur l'ensemble du parcours : $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4$

$$\Delta t = \frac{l}{v} + \frac{\pi r}{v} + \frac{l}{v} + \frac{\pi R}{v}$$

$$\boxed{\Delta t = \frac{1}{v}\left[2l + \pi(r+R)\right]}$$

A.N. $\Delta t = \frac{1}{10}\left[2 \times 30 + \pi(5+10)\right] \Rightarrow \boxed{\Delta t = 10{,}71\,s}$

exercice 3 :



a) $\omega_S = \dfrac{2\pi}{1+\frac{29}{60}} = \underline{4{,}236 \text{ rad/h}}$

$v_S = r_S\ \omega_S = (R_T + h)\,\omega_S = (\underbrace{6{,}38.10^3 + 2{,}28.10^2}_{km}) \times 4{,}236 \text{ rad/h}$

$\underline{v_S = 27991 \text{ km/h}} \xrightarrow[\div 3{,}6]{} \underline{7775 \text{ m/s}}$

b) $\omega_T = \dfrac{2\pi}{24} = \dfrac{\pi}{12} = \underline{0{,}262 \text{ rad/h}}$

S fait 1 tour en 1 h 29 min

on a : $\omega_T = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\theta = \omega_T . \Delta t$

en 1 h 29 min, la terre tourne de $\Delta\theta = 0{,}262 \times \left(1 + \dfrac{29}{60}\right)$

$\underline{\Delta\theta = 0{,}388 \text{ rad}}$

$2\pi \longleftrightarrow 360°$

$0{,}388 \longleftrightarrow \dfrac{0{,}388 \times 360}{2\pi} = 22{,}2°$

c) $\left.\begin{array}{l} \omega_S = \dfrac{\alpha_S}{\theta} \Rightarrow \alpha_S = \omega_S \times \theta \\ \omega_T = \dfrac{\alpha_T}{\theta} \Rightarrow \alpha_T = \omega_T \times \theta \end{array}\right\}$ $\dfrac{\alpha_S}{\alpha_T} = \dfrac{\omega_S}{\omega_T} = \dfrac{4{,}236}{0{,}262} = 16{,}18$

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha_S}{\alpha_T} = 16{,}18 \\ \alpha_S = \alpha_T + 2\pi \end{cases}$$

(quand il repasse au dessus du même endroit, la Terre a tourné de α_T et le satellite a fait 1 tour de plus)

$$\begin{cases} \alpha_S = 16{,}18\,\alpha_T \\ 16{,}18\,\alpha_T = \alpha_T + 2\pi \end{cases} \Longleftrightarrow \quad 15{,}18\,\alpha_T = 2\pi$$

$$\alpha_T = \frac{2\pi}{15{,}18} = 0{,}414 \text{ rad}$$

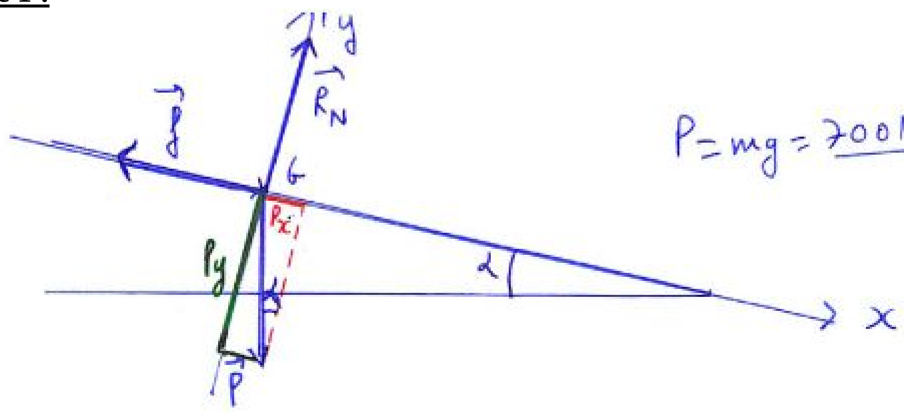
$$\theta = \frac{\alpha_T}{\omega_T} = \frac{\overset{\text{rad}}{0{,}414}}{\underset{\text{rad/h}}{0{,}262}} = 1{,}58 \text{ h}$$

$$\boxed{\theta = 1 \text{ h } 35 \text{ min}}$$

Correction des exercices du Chapitre 2 : 1ère Loi Newton

Conseil : faire des GRANDS schémas, en prenant des petits angles, et en traçant de grands vecteurs : les relations trigonométriques apparaissent plus clairement

exercice 1 :



$P = mg = \underline{700\,N}$

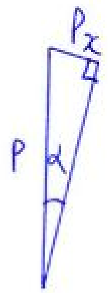
le mouvement est rectiligne, la vitesse est constante ⇒ le mouvement est rectiligne uniforme

D'où, d'après la 1ère Loi de Newton appliquée au skieur dans le référentiel terrestre : $\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

$$\vec{P} + \vec{R_N} + \vec{f} = \vec{0}$$

Projection sur (Ox) : $P_x - f = 0$ (le projeté de R_N sur (Ox) est nul)

or, pour P_x :



$\sin\alpha = \dfrac{P_x}{P} \Rightarrow P_x = P\sin\alpha$

D'où : $P\sin\alpha = f \Rightarrow \boxed{f = mg\sin\alpha}$

A.N. $f = 70 \times 10 \times \sin 15° = \underline{181{,}2\,N}$

Projection sur [Oy] : $-P_y + R_N = 0$ (le projeté de $\vec{f}$ sur [Oy] est nul)

or, pour P_y :

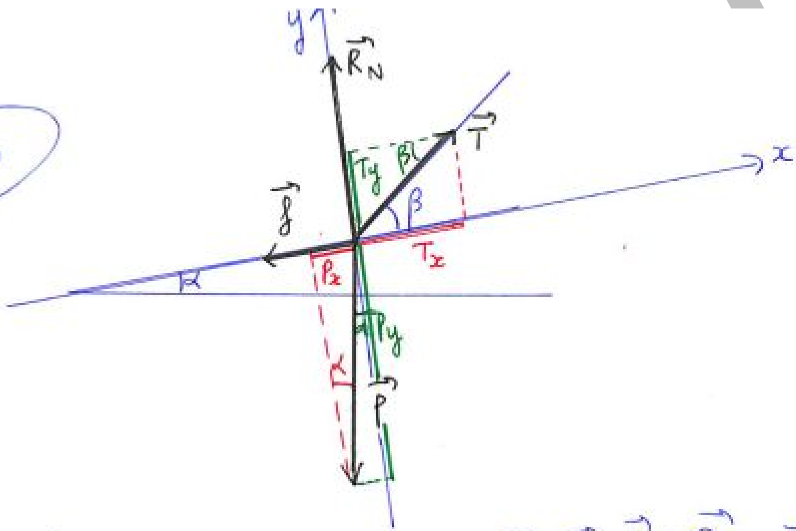
$\cos\alpha = \frac{P_y}{P} \Rightarrow P_y = P\cos\alpha$

D'où : $-P\cos\alpha + R_N = 0 \Rightarrow \boxed{R_N = mg\cos\alpha}$

A.N. $R_N = 70\times 10\cos 15° \Rightarrow \underline{R_N = 676,1\ N}$

exercice 2 :

Réponse B



mvt translation rectiligne uniforme $\Longrightarrow \vec{P} + \vec{T} + \vec{f} + \vec{R_N} = \vec{0}$ d'après la 1ère Loi de Newton

sur [Ox] : $-P_x - f + T_x = 0$

$-P\sin\alpha - f + T\cos\beta = 0 \Rightarrow \boxed{T = \frac{mg\sin\alpha + f}{\cos\beta}}$

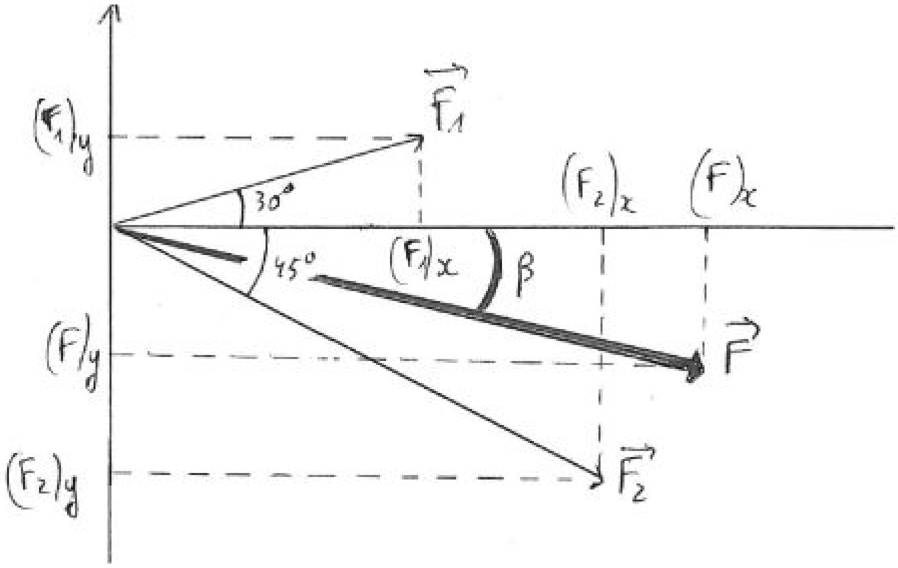
A.N. $T = \frac{80\times 10\sin 25° + 100}{\cos 40°} \Rightarrow \underline{T = 571,9\,N}$

sur [Oy] : $-P_y + T_y + R_N = 0$

$-P\cos\alpha + T\sin\beta + R_N = 0 \Rightarrow \boxed{R_N = mg\cos\alpha - T\sin\beta}$

A.N. $R_N = 80\times 10\cos 25° - 571,9\sin 40° \Rightarrow \underline{R_N = 357,4\ldots}$

exercice 3 :



$$\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

$$\begin{cases} F_x = (F_1)_x + (F_2)_x = F_1 \cos 30° + F_2 \cos 45° \\ F_y = (F_1)_y + (F_2)_y = F_1 \sin 30° - F_2 \sin 45° \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x = 1000 \cos 30° + 2000 \cos 45° = 2280{,}24\ N \\ F_y = 1000 \sin 30° - 2000 \sin 45° = -914{,}21\ N \end{cases}$$

(composante verticale négative donc $\vec{F}$ "vers le bas")

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{2280{,}24^2 + (-914{,}21)^2}$$

$$\boxed{F = 2456{,}68\ N}$$

$$\tan \beta = \frac{|F_y|}{F_x} = \frac{914{,}21}{2280{,}24} \Rightarrow \beta = \arctan 0{,}4$$

$$\boxed{\beta = 21{,}85°}$$