POLY-PREPAS
Centre de Préparation aux Concours Paramédicaux

- stage i-Prépa annuel -

1. Mécanique (rappels 1ère S)
- Cours + énoncé exos -

Chapitre 1 : Cinématique - Vitesses

I. Vecteur-vitesse d'un point d'un solide :

a) Vitesse linéaire :

- Vitesse moyenne (linéaire) : distance parcourue Δl (en mètres m) pendant une durée Δt (en secondes s)

$$\boxed{\overrightarrow{v_m} = \frac{\overrightarrow{\Delta l}}{\Delta t}}$$

L'unité SI de la vitesse moyenne v_m est donc le $\boldsymbol{m.s^{-1}}$

- Vitesse (linéaire) instantanée : $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta l}{\Delta t}$; en posant Δl = OM, on obtient :

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\,\overrightarrow{OM}}{dt}}$$

Caractéristiques du vecteur vitesse linéaire :

$$\vec{v} \begin{cases} direction : tangente \text{ à } la\ trajectoire \\ sens : celui\ du\ mouvement \\ norme :\ v = \dfrac{\Delta l}{\Delta t} \end{cases}$$

Remarque :

La vitesse dépend du référentiel utilisé ; tout mouvement est relatif au repère dans lequel on l'étudie (exemple : pour une personne assise dans un train en mouvement à v_{train}, un autre voyageur assis en face de lui lui paraît immobile $v_{voyageur} = 0$; pour un observateur placé sur le quai et qui voit passer le train, les passagers se déplacent à la vitesse du train : $v_{voyageur} = v_{train}$)

b) Vitesse angulaire :

Angle de rotation (ou : déplacement angulaire) θ : Périmètre : $P = 2\pi.R$
Arc de longueur l : $l = \theta.R$

- Vitesse angulaire moyenne : c'est le rapport entre l'angle (en radians rad) que parcourt le solide et le temps (en s) qu'il met pour parcourir cet angle = vitesse de balayage

$$\boxed{\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}}$$

ω est donc le $rad.s^{-1}$; on emploie aussi le $tour.min^{-1}$; 1 tour = 2π rad

Tous les points du solide en rotation ont donc même vitesse angulaire.

- Vitesse angulaire instantanée : $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

$$\boxed{\omega = \frac{d\theta}{dt}}$$

Caractéristiques du vecteur vitesse angulaire :

Caractéristiques du vecteur vitesse linéaire :

$$\vec{\omega}\begin{cases} direction : \text{parallèle à l'axe de rotation} \\ sens : \text{entre ou sort du plan, cela dépend du sens de rotation (direct ou indirect)} \\ norme : \ \omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} \end{cases}$$

Période : durée mise par le solide pour faire un tour

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$

Fréquence : nombre de tours effectués par le solide en 1 seconde

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad ; \quad \omega = 2\pi.f}$$

Relation entre vitesse linéaire et vitesse angulaire :

$$\boxed{\boldsymbol{v = R.\omega}}$$

Plus R est élevé (plus on s'éloigne du centre), plus la vitesse linéaire sera élevée

Exemple : une roue effectue 3 tours en une seconde ; la valve étant située à 23 cm du moyeu, quelle est sa vitesse ?

$$\Longrightarrow\ réponse\text{:}\quad v = R.\omega = 23.10^{-2} \times \frac{3 \times 2\pi}{1} = 4{,}34\ m.s^{-1}$$

Chapitre 2 : $1^{ère}$ Loi de Newton – Statique

1. Centre d'inertie d'un système :

Un système peut être considéré comme un ensemble de points matériels M_i de masse mi. On appelle centre d'inertie (ou : centre de masse) de S le barycentre G des points M_i affectés de leur masse m_i

Le centre d'inertie G se déplace alors comme si toute la masse du corps y était concentrée, et comme si la résultante de toutes les forces y était appliquée: en bref, le centre d'inertie G est le point qui « résume » tout le corps

2. Forces macroscopiques s'exerçant sur un solide :

a) Vecteur-Force $\vec{F}$:

Un vecteur force modélise l'action qu'un système exerce sur un autre système.
En dynamique, une force est ce qui crée une variation dans un mouvement. Newton : « une force est l'agent du changement ». Une force peut également avoir comme effet la déformation d'un objet (ex : étirer un ressort) sans que celui-ci n'acquière de mouvement.

$$\begin{cases} \underline{point\ d'application} : tous\ les\ vecteurs\ forces\ peuvent\ \text{ê}tre\ d\text{é}plac\text{é}s\ au\ centre\ d'inertie\ G \\ \underline{direction} : celle\ de\ l'action\ que\ la\ force\ mod\text{é}lise \\ \underline{sens} : celui\ que\ l'action\ mod\text{é}lise \\ \underline{norme} : mesure\ l'intensit\text{é}\ de\ l'action\ ; elle\ peut\ \text{ê}tre\ mesur\text{é}e\ au\ dynamom\text{è}tre \\ F = \|\vec{F}\|\ ;\ son\ unit\text{é}\ est\ le\ Newton\ (N) \end{cases}$$

4 forces fondamentales :

- → Force d'interaction gravitationnelle : « les masses attirent les masses » ; responsable des marées, des orbites
- → Force d'interaction électromagnétique : « les charges attirent les charges » ; responsable de la lumière, de l'électricité, de la chimie
- → Force d'interaction forte : force régnant entre les protons et les neutrons ; assure la cohésion de la matière
- → Force d'interaction faible : responsable de la radioactivité β

b) Quelques forces :

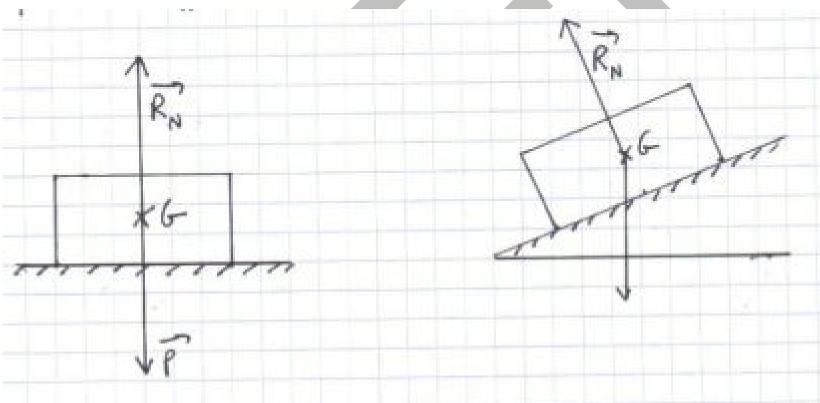
- $poids\ \vec{P}$: $\begin{cases} point\ application : G \\ direction : verticale \\ sens : vers\ le\ bas \\ norme : \ \mathbf{P = mg} \end{cases}$

g : intensité de la pesanteur, varie avec l'altitude et la latitude ; sous nos latitudes g = 9,81 m/s²

remarque : g est une accélération : g $\sim 10\ m.s^{-2} = \frac{10\ m.s^{-1}}{1\ s} = \frac{36\ km/h}{1\ s}$

$\Rightarrow$ signification de g : toutes les secondes, un objet en chute libre gagne 36 km/h

- $réaction\ normale\ au\ plan\ \overrightarrow{R_N}$: $\begin{cases} point\ application : G \\ direction : perpendiculaire\ au\ plan \\ sens : plutôt\ \text{"}vers\ le\ haut\text{"} \\ norme : \ R_N\ (\text{à}\ déterminer\ par\ des\ projections \\ sur\ les\ axes\ du\ repère) \end{cases}$



- $force\ de\ frottement\ \vec{f}$: $\begin{cases} point\ application : G \\ direction : colinéaire\ au\ mouvement \\ sens : opposée\ au\ mouvement \\ norme : f \end{cases}$

- $tension\ d'un\ ressort\ \vec{T}$: $\begin{cases} point\ application : G \\ direction : selon\ l'axe\ du\ ressort \\ sens : dépend\ de\ la\ situation\ élongation\ \ ou\ compression \\ norme : \mathbf{T = k}.|\mathbf{\Delta x}| \\ \text{(avec k : constante de raideur du ressort (en N.}\,\text{m}^{-1}) \\ \text{et }\Delta\text{x, allongement du ressort par rapport} \\ \text{à sa position à vide (en m)} \end{cases}$

3. Première Loi de Newton (ou : Principe de l'Inertie) :

Système isolé : système soumis à aucune force (cas idéal, inexistant dans le réel)

Système pseudo-isolé : système pour lequel les effets des forces extérieures auxquelles il est soumis se compensent

Newton 1687 : « Tout corps persévère dans son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme à moins que des forces imprimées ne le contraignent à changer d'état »

Enoncé de la 1ère Loi de Newton :

Dans un référentiel galiléen, si la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système est nulle, alors le centre d'inertie G du système est animé d'un mouvement rectiligne uniforme.

$$\boxed{\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{v_G} = \overrightarrow{cte}}$$

Cas particulier : le repos

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{v_G} = \vec{0}$$

Remarques :

- la 1ère Loi de Newton n'est valable que pour le centre d'inertie du solide, il est possible que lors du mouvement rectiligne uniforme du centre d'inertie d'un solide, le reste du solide soit en mouvement de rotation ; exemple : une voiture arrivant sur une plaque de verglas : le centre d'inertie va « tout droit », alors que le reste de la voiture peut pivoter autour de ce point (tête-à-queue)
- La réciproque du Principe de l'inertie est vraie : si, dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie d'un système est soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme, alors la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à ce système est nulle.

4. Référentiel galiléen :

Un référentiel est galiléen si le Principe de l'Inertie y est vérifié

Explication : la 1ère Loi de Newton est une loi idéale, nulle part dans l'Univers un objet n'est libéré des influences externes, l'idée d'une trajectoire en ligne droite n'est pas réaliste. Il existe cependant beaucoup de phénomènes qui s'approchent de cette loi. La 1ère Loi postule donc le cas idéal de référentiels dans lesquels cette loi est valable, et définit ainsi la notion de référentiels galiléens. (Sans la 1ère Loi et sa définition de référentiels galiléens, la 2ème Loi ne serait pas valable ⇒ nécessité de cette 1ère Loi)

Exemples de référentiels galiléens :

- Le référentiel héliocentrique est constitué d'un repère d'origine le centre du soleil, de 3 axes dirigés vers 3 étoiles lointaines considérées comme fixes, et d'un repère de temps
- Le référentiel géocentrique est galiléen sur une durée limitée (quelques heures) ; en toute rigueur, ou sur une longue durée, le référentiel géocentrique n'est pas galiléen puisqu'il est en mouvement de translation circulaire autour du Soleil (et non rectiligne)
- Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen pour des expériences de courte durée (quelques minutes) ; en toute rigueur, ou sur une longue durée, le référentiel terrestre n'est pas galiléen puisqu'il est en mouvement de rotation par rapport au référentiel géocentrique

Extension : ***Tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui-même galiléen.***

Enoncé des exercices du Chapitre 1 : Vitesses

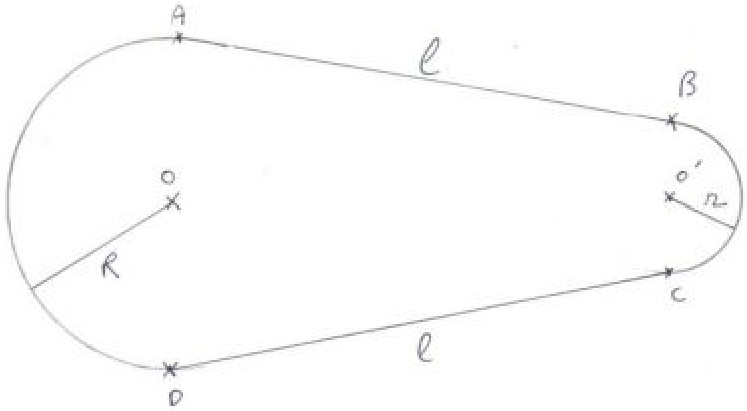
<u>exercice 1 :</u>

Pour tester sa forme, un cycliste décide de gravir le col d'Aspin situé dans les Hautes Pyrénées. Il effectue l'ascension depuis Arreau à la vitesse moyenne de 15 km/h puis redescend, par la même route, à la vitesse moyenne de 45 km/h.

Quelle est la vitesse moyenne du cycliste sur l'ensemble du trajet ?

<u>exercice 2 :</u>

Considérons un mobile parcourant un circuit à vitesse constante. Il part de A avec la vitesse v = 10 m/s. On donne : l = 30 m ; r = 5 m ; R = 10 m.



Combien de temps met-il pour faire un tour de circuit ?

<u>exercice 3 :</u>

On étudie le mouvement d'un satellite S dans le référentiel géocentrique. Il décrit un mouvement circulaire uniforme autour de l'axe des pôles terrestres, dans le plan de l'Equateur, dans le même sens que la rotation de la Terre, à l'altitude $2{,}28.10^2$ km. Le rayon de le Terre vaut $R_T = 6{,}38.10^3$ km.

le satellite effectue un tour complet en 1h 29 min. quelle est sa vitesse angulaire ω_S en $rad.h^{-1}$? Quelle est sa vitesse en $km.h^{-1}$ et en $m.s^{-1}$?

calculer la valeur de la vitesse angulaire ω_T de la Terre en $rad.h^{-1}$. Pendant que le satellite a effectué un tour complet, quel est l'angle de rotation de la Terre, en radian puis en degré ?

le satellite repasse à la verticale d'une même ville au bout d'une durée θ. Exprimer, en fonction de ω_T et de θ, l'angle de rotation de la Terre α_T et celui du satellite α_S. Comparer α_T et α_S. Calculer θ.

Enoncé des exercices du Chapitre 2 : 1ère Loi Newton

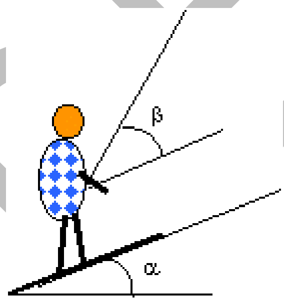
exercice 1 :

Un skieur de masse totale m = 70 kg (équipement compris) descend une piste rectiligne enneigée faisant un angle $\alpha = 15°$ par rapport à l'horizontale. Sa vitesse est constante et vaut v = 50 km/h . Les frottements de l'air et de la piste sur les skis seront modélisés par une force unique, opposée au mouvement et appliquée au centre d'inertie du skieur.

Calculer la valeur de toutes les forces appliquées. *(on prendra g = 10 N/kg)*

exercice 2 :

Un skieur de masse m = 80 kg avec son équipement, est tiré par la perche d'un téléski ; celle-ci fait un angle $\beta = 40°$ avec la piste. La piste est un plan incliné formant un angle $\alpha = 25°$ avec le plan horizontal. Le skieur est en mouvement de translation rectiligne et uniforme. Les frottements sont équivalents à une force unique f de valeur 100 N. *(on prendra g = 10 N/kg)*



Quelles sont les valeurs de la traction de la perche **T** et de la réaction du sol **R** ?

A : T = 536 N ; R = 538 N	**B** : T = 572 N ; R = 357 N	**C** : T = 1119 N ; R = 526 N
D : T = 134 N ; R = 854 N	**E** : T = 307 N ; R = 523 N	**F** : aucune de ces réponses

exercice 3 :

Un câble fait un angle de 30° par rapport à l'axe d'un bateau, et le tire avec une intensité de 1 kN. Un autre câble, situé de l'autre côté du bateau et faisant un angle de 45° avec lui le tracte avec une intensité de 2 kN.

Déterminer l'intensité et la direction de la force F exercée par un câble unique qui se substituerait aux deux forces précédentes.